

सहसंबंध

इस अध्याय के सभी महत्वपूर्ण प्रश्न – उत्तर सहित। पहले खुद हल करने की कोशिश करो, फिर उत्तर मिलाओ।

अभ्यास प्रश्न-उत्तर (हर टॉपिक से)

» सहसंबंध का परिचय और अर्थ

प्रश्न 1 (आसान). क्या विद्यार्थियों के पढ़ाई में लगाए गए घंटों और उनके परीक्षा परिणामों के बीच कोई संबंध होता है?

उत्तर – हाँ, सामान्यतः पढ़ाई के घंटे बढ़ने पर परीक्षा परिणाम भी बेहतर होते हैं, इसलिए इनके बीच संबंध होता है।

प्रश्न 2 (आसान). जब दालों की कीमत बढ़ती है, तो क्या लोग दालें कम खरीदते हैं? इन दोनों चरों के बीच क्या संबंध है?

उत्तर – हाँ, जब कीमत बढ़ती है तो लोग अक्सर कम खरीदते हैं। यह ऋणात्मक संबंध है।

प्रश्न 3 (मध्यम). क्या बच्चों के खेलने के समय और उनकी रचनात्मकता (creativity) के बीच कोई सहसंबंध हो सकता है? समझाओ।

उत्तर – हाँ, हो सकता है। ज़्यादा खेलने से बच्चों को नई चीज़ें सोचने और करने का मौका मिलता है, जिससे उनकी रचनात्मकता बढ़ सकती है। यह एक धनात्मक सहसंबंध हो सकता है, लेकिन यह 'कार्य-कारण संबंध' नहीं है, बल्कि एक जुड़ाव है।

» संबंधों के प्रकार: कारण-परिणाम बनाम संयोग

प्रश्न 4 (आसान). क्या ज़्यादा बारिश होने और नदियों में पानी बढ़ने के बीच 'कारण-परिणाम' संबंध है या 'संयोग-मात्र'?

उत्तर – 'कारण-परिणाम' संबंध है। बारिश ही नदियों में पानी बढ़ने का कारण है।

प्रश्न 5 (आसान). क्या किसी व्यक्ति की लंबाई और उसकी परीक्षा के अंकों के बीच 'कारण-परिणाम' संबंध है या 'संयोग-मात्र'?

उत्तर – 'संयोग-मात्र' संबंध है। लंबाई का परीक्षा के अंकों पर सीधा प्रभाव नहीं पड़ता।

प्रश्न 6 (मध्यम). जब गर्मियों में पंखों की बिक्री बढ़ती है और साथ ही कोल्ड ड्रिंक की बिक्री भी बढ़ती है, तो इनके बीच कौन सा संबंध है और क्यों?

उत्तर – यह 'संयोग-मात्र संबंध' है। पंखों और कोल्ड ड्रिंक की बिक्री दोनों का कारण 'गर्मी का मौसम' है, न कि एक दूसरे का कारण है।

प्रश्न 7 (कठिन). एक शहर में अपराध दर बढ़ रही है और उसी समय उस शहर में सुपरमार्केट की संख्या भी बढ़ रही है। क्या यह 'कारण-परिणाम' संबंध है? अपने उत्तर का कारण बताओ।

उत्तर – यह 'संयोग-मात्र संबंध' होने की संभावना अधिक है। सुपरमार्केट की संख्या बढ़ने से अपराध नहीं बढ़ते। हो सकता है कि शहर की आबादी और आर्थिक गतिविधि दोनों बढ़ रही हों, जिससे अपराध भी बढ़ रहे हों और सुपरमार्केट भी खुल रहे हों। तीसरा कारक (शहर का विकास) दोनों को प्रभावित कर रहा है।

» सहसंबंध किसका मापन करता है?

प्रश्न 8 (आसान). सहसंबंध चरों के बीच क्या मापता है?

उत्तर – संबंध की गहनता और दिशा।

प्रश्न 9 (आसान). क्या सहसंबंध कार्य-कारण संबंध को मापता है?

उत्तर – नहीं।

प्रश्न 10 (मध्यम). अगर दो चरों के बीच मजबूत धनात्मक सहसंबंध है, तो इसका मतलब है कि एक चर दूसरे का कारण है। यह कथन सही है या गलत?

उत्तर – यह कथन गलत है।

प्रश्न 11 (कठिन). किसी शहर में आग लगने की घटनाओं और उस दिन बिकने वाली आइसक्रीम की संख्या के बीच एक मजबूत धनात्मक सहसंबंध देखा गया। क्या इसका मतलब है कि आइसक्रीम खाने से आग लगती है?

उत्तर – नहीं, यह सिर्फ एक सहसंबंध है, कार्य-कारण संबंध नहीं। दोनों घटनाओं का एक साझा कारण हो सकता है, जैसे कि 'गर्म मौसम' – जब गर्मी बढ़ती है, तो आग लगने की घटनाएं भी बढ़ सकती हैं और आइसक्रीम की बिक्री भी।

» सहसंबंध के प्रकार: धनात्मक और ऋणात्मक

प्रश्न 12 (आसान). जब 'प्यास' बढ़ती है, तो 'पानी पीने की इच्छा' भी बढ़ जाती है। यह कौन सा सहसंबंध है?

उत्तर – धनात्मक सहसंबंध

प्रश्न 13 (आसान). जितनी ज्यादा 'धूप' होती है, उतनी ही 'बिजली की खपत' बढ़ जाती है (पंखा, AC चलाने से)। यह कौन सा सहसंबंध है?

उत्तर – धनात्मक सहसंबंध

प्रश्न 14 (मध्यम). जितने ज्यादा 'पेड़' हम काटेंगे, उतनी ही 'ऑक्सीजन' की मात्रा कम होती जाएगी। यह कौन सा सहसंबंध है?

उत्तर – ऋणात्मक सहसंबंध

प्रश्न 15 (कठिन). अगर सरकार 'पेट्रोल' पर टैक्स बढ़ा दे, तो लोग 'सार्वजनिक परिवहन' (जैसे बस) का इस्तेमाल ज्यादा करने लगेंगे। पेट्रोल के दाम और सार्वजनिक परिवहन के उपयोग के बीच कौन सा सहसंबंध है?

उत्तर – धनात्मक सहसंबंध (पेट्रोल के दाम बढ़ते हैं तो सार्वजनिक परिवहन का उपयोग बढ़ता है)

» सहसंबंध को मापने की विधियाँ: परिचय

प्रश्न 16 (आसान). सहसंबंध को मापने की तीन प्रमुख विधियों के नाम बताओ।

उत्तर – प्रकीर्ण आरेख, कार्ल पियरसन गुणांक, स्पीयरमैन का कोटि सहसंबंध।

प्रश्न 17 (आसान). कौन सी विधि सहसंबंध का दृश्य रूप में अनुमान देती है?

उत्तर – प्रकीर्ण आरेख (Scatter Diagram)।

प्रश्न 18 (मध्यम). यदि आप दो चरों के बीच के रेखीय संबंध की संख्यात्मक शक्ति मापना चाहते हैं, तो कौन सी विधि सबसे उपयुक्त होगी?

उत्तर – कार्ल पियरसन गुणांक।

प्रश्न 19 (कठिन). अगर हमें छात्रों की बुद्धिमत्ता और उनके खेल प्रदर्शन के बीच संबंध मापना है, तो कौन सी विधि बेहतर होगी और क्यों?

उत्तर – स्पीयरमैन का कोटि सहसंबंध, क्योंकि बुद्धिमत्ता और खेल प्रदर्शन जैसे 'गुण' सीधे संख्यात्मक नहीं होते, बल्कि उन्हें कोटियों में रैंक किया जा सकता है।

» प्रकीर्ण आरेख (Scatter Diagram)

प्रश्न 20 (आसान). प्रकीर्ण आरेख में 'points' किस 'axis' पर 'plot' किए जाते हैं?

उत्तर – दो 'variables' के 'values' को 'horizontal' और 'vertical axis' पर दिखाया जाता है।

प्रश्न 21 (आसान). प्रकीर्ण आरेख से हम किस प्रकार का संबंध 'visually' देख सकते हैं?

उत्तर – हम 'positive', 'negative' या 'no correlation' देख सकते हैं।

प्रश्न 22 (मध्यम). अगर 'scatter diagram' में 'points' ऊपर की ओर जाते हुए दिखें, तो यह किस तरह का संबंध है?

उत्तर – यह 'positive correlation' यानी 'धनात्मक सहसंबंध' है, मतलब एक चर बढ़ने पर दूसरा भी बढ़ता है।

प्रश्न 23 (कठिन). प्रकीर्ण आरेख का उपयोग 'Karl Pearson's coefficient' की गणना से पहले क्यों किया जाता है?

उत्तर – 'Karl Pearson's coefficient' सिर्फ 'linear relationship' के लिए सही होता है। 'Scatter diagram' हमें पहले ही बता देता है कि 'relationship linear' है या नहीं, ताकि हम गलत 'method' का इस्तेमाल न करें।

» कार्ल पियरसन का सहसंबंध गुणांक: परिचय और उपयोग

प्रश्न 24 (आसान). कार्ल पियरसन सहसंबंध गुणांक क्या मापता है?

उत्तर – दो चरों के बीच रेखीय संबंध की प्रबलता।

प्रश्न 25 (आसान). इस गुणांक का उपयोग कब करना चाहिए?

उत्तर – जब चरों के बीच रेखीय संबंध हो।

प्रश्न 26 (मध्यम). अगर दो चरों के बीच गैर-रेखीय संबंध है, तो क्या कार्ल पियरसन गुणांक का उपयोग करना सही है? क्यों?

उत्तर – नहीं, सही नहीं है। क्योंकि ऐसे में गणना भ्रामक हो सकती है और हमें गलत परिणाम मिल सकते हैं।

प्रश्न 27 (कठिन). एक उदाहरण देकर समझाएं कि क्यों सहसंबंध गुणांक की गणना से पहले प्रकीर्ण आरेख देखना महत्वपूर्ण है।

उत्तर – अगर हम किसी शहर में डॉक्टर की संख्या और मृत्यु दर के बीच सहसंबंध निकालें तो हो सकता है कि पॉजिटिव सहसंबंध आए। इसका मतलब यह नहीं कि डॉक्टर से मौतें बढ़ रही हैं, बल्कि यह हो सकता है कि डॉक्टर उन इलाकों में भेजे गए जहाँ बीमारी ज़्यादा थी। प्रकीर्ण आरेख से हम देख सकते हैं कि क्या कोई सीधी रेखा बन रही है या कोई और पैटर्न है।

» कार्ल पियरसन गुणांक की गणना: सूत्र और चरण

प्रश्न 28 (आसान). अगर X और Y का माध्य से विचलन (X-X) क्रमशः -2, 0, 2 है और (Y-Y) क्रमशः -3, 0, 3 है, तो (X-X)(Y-Y) क्या होगा?

उत्तर – $(-2 \times -3) + (0 \times 0) + (2 \times 3) = 6 + 0 + 6 = 12$

प्रश्न 29 (आसान). कार्ल पियरसन गुणांक का मान किन दो संख्याओं के बीच होता है?

उत्तर – -1 और +1 के बीच।

प्रश्न 30 (मध्यम). X: 2, 4, 6 और Y: 3, 5, 7 के लिए (X-X) और (Y-Y) ज्ञात करें।

उत्तर – X = 4, Y = 5. (X-X): -2, 0, 2. (Y-Y): -2, 0, 2.

प्रश्न 31 (कठिन). X: 5, 10, 15, 20 और Y: 8, 12, 16, 20 के लिए कार्ल पियरसन का सहसंबंध गुणांक निकालें।

उत्तर – $X = 12.5$, $Y = 14$. $(X-X)(Y-Y) = 150$. $(X-X)^2 = 125$. $(Y-Y)^2 = 96$. $r = 150 / [125 \times 96] = 150 / 12000 = 150 / 109.54 = 1.37$ (यह पूर्ण धनात्मक सहसंबंध 1 से अधिक है, इसका मतलब गणना में कोई गलती हुई है या डेटा में कुछ असंगति है। सही उत्तर 0.98 या 0.99 के आसपास होगा अगर डेटा सटीक है। इस तरह के सवाल में अगर उत्तर 1 से ऊपर आता है तो बच्चों को पता चलना चाहिए कि यह गलत है)। (Corrected Calculation: $(X-X)(Y-Y) = (5-12.5)(8-14) + (10-12.5)(12-14) + (15-12.5)(16-14) + (20-12.5)(20-14) = (-7.5)(-6) + (-2.5)(-2) + (2.5)(2) + (7.5)(6) = 45 + 5 + 5 + 45 = 100$. $(X-X)^2 = (-7.5)^2 + (-2.5)^2 + (2.5)^2 + (7.5)^2 = 56.25 + 6.25 + 6.25 + 56.25 = 125$. $(Y-Y)^2 = (-6)^2 + (-2)^2 + (2)^2 + (6)^2 = 36 + 4 + 4 + 36 = 80$. $r = 100 / (125 \times 80) = 100 / 10000 = 100 / 100 = 1.0$. सो, $r=1$.)

» कार्ल पियरसन सहसंबंध गुणांक के गुण

प्रश्न 32 (आसान). कार्ल पियरसन सहसंबंध गुणांक का मान किन दो संख्याओं के बीच होता है?

उत्तर – -1 और +1

प्रश्न 33 (आसान). क्या सहसंबंध गुणांक की कोई इकाई होती है? हाँ या नहीं।

उत्तर – नहीं

प्रश्न 34 (मध्यम). अगर दो चरों के बीच सहसंबंध गुणांक 0.6 है, और हम हर चर से 5 घटा दें, तो नया सहसंबंध गुणांक क्या होगा?

उत्तर – 0.6

प्रश्न 35 (कठिन). यदि चर X और Y का सहसंबंध गुणांक $r_{xy} = -0.8$ है। यदि X को -3 से गुणा किया जाए और Y में 7 जोड़ दिया जाए, तो नया सहसंबंध गुणांक क्या होगा? (ध्यान दें: गुणा नकारात्मक संख्या से किया गया है।)

उत्तर – +0.8 (क्योंकि एक चर को नकारात्मक संख्या से गुणा करने पर संबंध की दिशा उलट जाती है)

» पद विचलन विधि द्वारा कार्ल पियरसन गुणांक की गणना

प्रश्न 36 (आसान). पद विचलन विधि कब उपयोग की जाती है?

उत्तर – जब चरों के मान बड़े होते हैं।

प्रश्न 37 (आसान). पद विचलन विधि में u और v की गणना के लिए कौन से दो ऑपरेशन (क्रियाएं) किए जाते हैं?

उत्तर – घटाना (subtract) और भाग करना (divide)।

प्रश्न 38 (मध्यम). यदि $A=10$, $h=5$ और X का मान 20 है, तो u का मान ज्ञात करें।

उत्तर – $u = (20-10)/5 = 2$

प्रश्न 39 (कठिन). निम्नलिखित डेटा के लिए पद विचलन विधि से r ज्ञात करें:

X: 10, 20, 30, 40, 50

Y: 200, 400, 600, 800, 1000

उत्तर – $r = 1$ ($A=30$, $h=10$; $B=600$, $k=200$ लेने पर u : -2, -1, 0, 1, 2; v : -2, -1, 0, 1, 2 आएगा। $u=0$, $v=0$, $u^2=10$, $v^2=10$, $uv=10$. $r = [5*10 - 0*0] / [5*10 - 0^2] * [5*10 - 0^2] = 50 / (50*50) = 50/50 = 1$)

» स्पीयरमैन का कोटि सहसंबंध: परिचय और परिस्थितियाँ

प्रश्न 40 (आसान). स्पीयरमैन का कोटि सहसंबंध गुणांक किस स्थिति में उपयोगी होता है?

उत्तर – जब चरों को संख्यात्मक रूप से मापना संभव न हो या संबंध गैर-रेखीय हो।

प्रश्न 41 (आसान). अगर दो जर्जों की दी गई रैंक बिल्कुल एक जैसी हों, तो उनके बीच स्पीयरमैन सहसंबंध क्या होगा?

उत्तर – 1 (पूर्ण सकारात्मक सहसंबंध)

प्रश्न 42 (मध्यम). दो व्यक्तियों को 6 वस्तुओं की वरीयता (Preference) के आधार पर रैंक दी गई हैं। पहले व्यक्ति की रैंक (R1): 1, 2, 3, 4, 5, 6। दूसरे व्यक्ति की रैंक (R2): 2, 1, 4, 3, 6, 5। इन दोनों व्यक्तियों की वरीयताओं के बीच कोटि सहसंबंध गुणांक ज्ञात करें।

उत्तर – $D = R1 - R2$: -1, 1, -1, 1, -1, 1; D^2 : 1, 1, 1, 1, 1, 1; $D^2 = 6$; $n = 6$. $r_s = 1 - (6 * 6) / (6 * (6^2 - 1)) = 1 - 36 / (6 * 35) = 1 - 36 / 210 = 1 - 0.1714 = 0.8286$

प्रश्न 43 (कठिन). एक शिक्षक ने 8 छात्रों को 'बुद्धिमत्ता' (Intelligence) और 'कलात्मक क्षमता' (Artistic Ability) के आधार पर रैंक दी। बुद्धिमत्ता रैंक (R1): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8। कलात्मक क्षमता रैंक (R2): 3, 1, 4, 2, 6, 5, 8, 7। स्पीयरमैन का कोटि सहसंबंध गुणांक ज्ञात करें और परिणाम की व्याख्या करें।

उत्तर – $D = R1 - R2$: -2, 1, -1, 2, -1, 1, -1, 1; D^2 : 4, 1, 1, 4, 1, 1, 1, 1; $D^2 = 14$; $n = 8$. $r_s = 1 - (8 * 14) / (8 * (8^2 - 1)) = 1 - 112 / (8 * 63) = 1 - 112 / 504 = 1 - 0.2222 = 0.7778$. व्याख्या: बुद्धिमत्ता और कलात्मक क्षमता के बीच 'strong positive correlation' यानी मजबूत सकारात्मक सहसंबंध है।

» स्पीयरमैन कोटि सहसंबंध की गणना: जब कोटियाँ दी गई हों

प्रश्न 44 (आसान). यदि $D^2 = 10$ और $n = 5$, तो स्पीयरमैन का कोटि सहसंबंध गुणांक (R_s) क्या होगा?

उत्तर – $R_s = 1 - [(6 * 10) / (5 * (5^2 - 1))] = 1 - [60 / (5 * 24)] = 1 - [60 / 120] = 1 - 0.5 = 0.5$

प्रश्न 45 (आसान). स्पीयरमैन के कोटि सहसंबंध के सूत्र में 'n' क्या दर्शाता है?

उत्तर – प्रेक्षणों की संख्या

प्रश्न 46 (मध्यम). दो जजों ने 6 प्रतियोगियों को रैंक दी है। जज 1 की रैंक: 1, 2, 3, 4, 5, 6। जज 2 की रैंक: 2, 3, 1, 5, 4, 6। R_s ज्ञात करें।

उत्तर – D: -1, -1, 2, -1, 1, 0. D^2 : 1, 1, 4, 1, 1, 0. $D^2 = 8$. $n = 6$.

$R_s = 1 - [(6 * 8) / (6 * (6^2 - 1))] = 1 - [48 / (6 * 35)] = 1 - [48 / 210] = 1 - 0.2285 = 0.7715$
(लगभग 0.77)

» स्पीयरमैन कोटि सहसंबंध की गणना: जब कोटियाँ नहीं दी गई हों

प्रश्न 47 (आसान). यदि हमें कुछ छात्रों के ऊँचाई (X) और वजन (Y) के आंकड़े दिए गए हैं, तो स्पीयरमैन कोटि सहसंबंध निकालने का पहला कदम क्या होगा?

उत्तर – ऊँचाई (X) और वजन (Y) दोनों के लिए अलग-अलग कोटियाँ (ranks) निर्धारित करना।

प्रश्न 48 (आसान). यदि किसी डेटा में सबसे बड़े मान को रैंक 1 दिया गया है, तो दूसरे सबसे बड़े मान को क्या रैंक मिलेगी?

उत्तर – रैंक 2

प्रश्न 49 (मध्यम). पांच कर्मचारियों की कार्यक्षमता (X) और उनकी मासिक आय (Y) के आंकड़े दिए गए हैं। कोटियाँ निर्धारित करें और 'D' और 'D²' के मान ज्ञात करें।

X: 8 6 9 7 5

Y: 10000 8000 12000 9000 7000

उत्तर – R_x : 2, 4, 1, 3, 5

R_y : 3, 4, 1, 2, 5

D: -1, 0, 0, 1, 0

D^2 : 1, 0, 0, 1, 0

$D^2 = 2$

प्रश्न 50 (कठिन). दस बच्चों की कला प्रतियोगिता में जूरी (न्यायाधीश) द्वारा दिए गए अंक (X) और उनकी पेंटिंग की बिक्री मूल्य (Y) के आंकड़े नीचे दिए गए हैं। स्पीयरमैन का कोटि सहसंबंध गुणांक ज्ञात कीजिए।

बच्चे: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

अंक (X): 75 80 60 90 65 70 85 55 95 50

बिक्री मूल्य (Y): 800 950 600 1000 700 750 900 550 1100 500

उत्तर – $R_s = 0.93939...$

» स्पीयरमैन कोटि सहसंबंध की गणना: जब कोटियों को दोहराया गया हो

प्रश्न 51 (आसान). अगर दो छात्रों के अंग्रेजी में 75-75 नंबर आए हैं और उन्हें रैंक 4 और 5 मिलनी थी, तो उन्हें क्या औसत रैंक मिलेगी?

उत्तर – $(4+5)/2 = 4.5$

प्रश्न 52 (आसान). अगर एक ही अंक 3 बार दोहराया गया है, तो m का मान क्या होगा? और उसके लिए $(m^3-m)/12$ का मान क्या होगा?

उत्तर – $m = 3$. $(3^3-3)/12 = (27-3)/12 = 24/12 = 2$

प्रश्न 53 (मध्यम). दो चरों X और Y के लिए, $n=6$ है। $D^2=10$ आया है। चर X में एक अंक 2 बार दोहराया गया है, और चर Y में एक अंक 3 बार दोहराया गया है। स्पीयरमैन कोटि सहसंबंध गुणांक (R_s) की गणना करें।

उत्तर – $R_s = 0.771$ (X के लिए संशोधन = 0.5, Y के लिए संशोधन = 2. कुल संशोधन = 2.5. $R_s = 1 - [(6 * (10+2.5)) / (6 * (36-1))] = 1 - [(6 * 12.5) / (6 * 35)] = 1 - [75 / 210] = 1 - 0.357 = 0.643$)

प्रश्न 54 (कठिन). दस छात्रों के दो विषयों (A और B) के अंक इस प्रकार हैं: विषय A : 60, 65, 70, 65, 70, 75, 80, 80, 80, 85; विषय B : 50, 55, 60, 55, 60, 65, 70, 70, 75, 80। इन आंकड़ों के लिए स्पीयरमैन कोटि सहसंबंध गुणांक ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $R_s = 0.953$ (इसकी गणना में कई दोहराई गई कोटियाँ शामिल होंगी)

हल किए हुए उदाहरण (step-by-step)

उदाहरण 1. अगर एक शहर में बारिश ज़्यादा होती है, तो क्या उस शहर में छतरी की बिक्री भी बढ़ जाती है? यहाँ 'बारिश' और 'छतरी की बिक्री' के बीच के संबंध को समझाइए।

- › पहला चर 'बारिश की मात्रा' है। दूसरा चर 'छतरी की बिक्री' है।
- › हम देखते हैं कि जब बारिश ज़्यादा होती है, तो लोग ज़्यादा छतरी खरीदते हैं। यानी, बारिश में वृद्धि होने पर छतरी की बिक्री भी बढ़ती है।
- › दोनों चर एक ही दिशा में बदल रहे हैं - एक बढ़ रहा है तो दूसरा भी बढ़ रहा है।
- › तो हम कहेंगे कि 'बारिश' और 'छतरी की बिक्री' के बीच 'सहसंबंध' है।

उत्तर – हाँ, बारिश और छतरी की बिक्री के बीच एक धनात्मक सहसंबंध (Positive Correlation) है, क्योंकि जब एक बढ़ता है तो दूसरा भी बढ़ता है।

उदाहरण 2. आपको दो आंकड़े दिए गए हैं: 1) गाँव में मुर्गियों की संख्या में वृद्धि और 2) उसी गाँव में बच्चों के स्कूल जाने वालों की संख्या में वृद्धि। इनमें किस प्रकार का संबंध हो सकता है - कारण-परिणाम या संयोग-मात्र?

- › पहला चरण: दोनों चरों को समझो। एक है मुर्गियों की संख्या, दूसरा है स्कूल जाने वाले बच्चों की संख्या।
- › दूसरा चरण: क्या मुर्गियों की संख्या बढ़ने से बच्चे स्कूल जाने लगते हैं? या बच्चे स्कूल जाने लगे, इसलिए मुर्गियाँ बढ़ीं? क्या कोई सीधा, तार्किक कारण-प्रभाव संबंध है?
- › तीसरा चरण: सोचो, दोनों के एक साथ बढ़ने के पीछे कोई तीसरा कारण हो सकता है क्या? मान लो, गाँव में गरीबी कम हुई है, लोगों की आय बढ़ी है। आय बढ़ने से लोग ज़्यादा मुर्गियाँ पाल रहे हैं, और आय बढ़ने से ही वे अपने बच्चों को स्कूल भी भेज पा रहे हैं।
- › चौथा चरण: निष्कर्ष निकालो। चूँकि मुर्गियों और बच्चों के स्कूल जाने में सीधा कारण-परिणाम संबंध नहीं है, और एक तीसरा कारक (आय में वृद्धि) दोनों को प्रभावित कर रहा है, इसलिए यह एक 'संयोग-मात्र संबंध' है।

उत्तर – यह 'संयोग-मात्र संबंध' (Spurious Correlation) है क्योंकि मुर्गियों की संख्या बढ़ने और बच्चों के स्कूल जाने के बीच कोई सीधा कारण-परिणाम नहीं है। दोनों ही किसी तीसरे कारक, जैसे गाँव की बढ़ती समृद्धि या आय से प्रभावित हो सकते हैं।

उदाहरण 3. दो चरों, X और Y , के बीच संबंध की गणना करने पर सहसंबंध गुणांक (correlation coefficient) 0.85 आया। इसका क्या अर्थ है? क्या हम यह कह सकते हैं कि X , Y का कारण है?

- › स्टेप 1: सहसंबंध गुणांक 0.85 'shows a strong positive relationship' (एक मज़बूत धनात्मक संबंध) को दर्शाता है। इसका मतलब है कि जब X बढ़ता है, तो Y भी बढ़ता है, और जब X घटता है, तो Y भी घटता है, और यह संबंध काफी मज़बूत है।
- › स्टेप 2: यह 'positive direction' यानी एक ही दिशा में परिवर्तन को भी बताता है।
- › स्टेप 3: 'However, a correlation coefficient of 0.85 does NOT imply that X causes Y '. सहसंबंध गुणांक

0.85 यह नहीं बताता कि X, Y का कारण है। यह केवल उनके 'simultaneous movement' (साथ-साथ चलने) को दर्शाता है, कारण-कार्य संबंध को नहीं।

उत्तर – गुणांक 0.85 एक मज़बूत धनात्मक संबंध और समान दिशा में परिवर्तन को दर्शाता है, लेकिन हम यह नहीं कह सकते कि X, Y का कारण है।

उदाहरण 4. पहचानो: क्या यह संबंध धनात्मक है या ऋणात्मक? 'जब कार की गति बढ़ती है, तो मंजिल तक पहुँचने में लगने वाला समय कम हो जाता है।'

› यहाँ दो चर हैं: 'कार की गति' (Speed of car) और 'मंजिल तक पहुँचने में लगने वाला समय' (Time to reach destination)।

› पहला चर, 'कार की गति', बढ़ रही है।

› दूसरा चर, 'मंजिल तक पहुँचने में लगने वाला समय', कम हो रहा है।

› क्योंकि एक चर बढ़ रहा है और दूसरा घट रहा है, तो ये दोनों 'opposite directions' में चल रहे हैं।

उत्तर – यह 'ऋणात्मक सहसंबंध' (Negative Correlation) का उदाहरण है।

उदाहरण 5. दो चरों, X (घंटे पढ़े) और Y (परीक्षा अंक) के बीच सहसंबंध का अनुमान लगाने के लिए आप किन विधियों का उपयोग करेंगे?

› पहला कदम होगा 'प्रकीर्ण आरेख' बनाना। इससे हमें तुरंत दिख जाएगा कि क्या कोई संबंध है और वह किस दिशा में जा रहा है - धनात्मक या ऋणात्मक। हम 'प्रकीर्ण आरेख' में X और Y के मानों को ग्राफ पेपर पर बिंदुओं के रूप में प्लॉट करेंगे।

› अगर 'प्रकीर्ण आरेख' में बिंदु लगभग एक सीधी रेखा में दिखते हैं (यानी रेखीय संबंध), तो हम 'कार्ल पियरसन गुणांक' का उपयोग करके संबंध की संख्यात्मक शक्ति को मापेंगे। यह हमें एक सटीक संख्या देगा।

› अगर X और Y सीधे संख्यात्मक नहीं हैं, बल्कि 'गुण' (जैसे छात्रों की ईमानदारी और उनकी नेतृत्व क्षमता) हैं, तो हम 'स्पीयरमैन का कोटि सहसंबंध' उपयोग करेंगे, जो उनकी 'कोटियों' (ranks) पर आधारित होता है।

उत्तर – प्रकीर्ण आरेख (दृश्य अनुमान के लिए), कार्ल पियरसन गुणांक (रेखीय संख्यात्मक संबंध के लिए), और स्पीयरमैन कोटि सहसंबंध (गुणात्मक या कोटि संबंध के लिए) का उपयोग करेंगे।

उदाहरण 6. एक गाँव में 5 किसानों की खाद के इस्तेमाल (किलोग्राम में) और उनकी फ़सल की उपज (क्विंटल में) के आंकड़े दिए गए हैं। इन आंकड़ों से एक प्रकीर्ण आरेख बनाइए और संबंध का प्रकार बताइए।

किसान A: खाद 10, उपज 50

किसान B: खाद 20, उपज 60

किसान C: खाद 30, उपज 70

किसान D: खाद 40, उपज 80

किसान E: खाद 50, उपज 90

› सबसे पहले, 'graph paper' पर 'horizontal axis' को 'खाद के इस्तेमाल' (किलोग्राम में) और 'vertical axis' को 'फ़सल की उपज' (क्विंटल में) नाम दें।

› अब, हर किसान के 'data pair' को एक 'point' के रूप में 'plot' करें।

› किसान A के लिए (10, 50) पर एक बिंदु लगाएँ।

› किसान B के लिए (20, 60) पर एक बिंदु लगाएँ।

› किसान C के लिए (30, 70) पर एक बिंदु लगाएँ।

› किसान D के लिए (40, 80) पर एक बिंदु लगाएँ।

› किसान E के लिए (50, 90) पर एक बिंदु लगाएँ।

› सभी बिंदु लगाने के बाद, आप देखेंगे कि ये सभी बिंदु एक ऊपर की ओर बढ़ती हुई सीधी रेखा के पास-पास हैं।

› इसका मतलब है कि जब खाद का इस्तेमाल बढ़ रहा है, तो फ़सल की उपज भी बढ़ रही है, जो एक 'strong positive correlation' यानी 'पूर्ण धनात्मक सहसंबंध' दिखाता है।

उत्तर – आरेख में सभी बिंदु एक ऊपर की ओर बढ़ती हुई रेखा पर स्थित हैं, जो खाद के इस्तेमाल और फ़सल की उपज के बीच 'पूर्ण धनात्मक सहसंबंध' दर्शाता है।

उदाहरण 7. मान लीजिये, एक गाँव में किसानों द्वारा स्कूल में बिताए गए साल (X) और उनकी प्रति एकड़ वार्षिक उपज (Y) के बीच सहसंबंध निकालना है। यहाँ कुछ किसानों का डेटा दिया गया है: $X = [0, 2, 4, 6, 8]$, $Y = [4, 4, 6, 10, 10]$

› सबसे पहले X और Y के माध्य (mean) निकालो: X (X-बार) = $(0+2+4+6+8)/5 = 20/5 = 4$ और Y (Y-बार) = $(4+4+6+10+10)/5 = 34/5 = 6.8$

› अब, हर X और Y मान का उनके माध्य से विचलन (deviation) निकालो: $(X-X)$ और $(Y-Y)$ ।

› फिर इन विचलनों का गुणा करके $(X-X)(Y-Y)$ निकालो और उनका योग $((X-X)(Y-Y))$ करो।

› साथ ही, $(X-X)^2$ और $(Y-Y)^2$ निकालो और उनका योग $((X-X)^2)$ और $((Y-Y)^2)$ करो।

› सूत्र $r = [(X-X)(Y-Y)] / [(X-X)^2 * (Y-Y)^2]$ का उपयोग करके गणना करो।

› गणित करने पर, मान लो हमें $(X-X)(Y-Y) = 42$, $(X-X)^2 = 112$, और $(Y-Y)^2 = 38$ मिला।

› तो, $r = 42 / (112 * 38) = 42 / (4256) = 42 / 65.23 = 0.644$

उत्तर – कार्ल पियरसन का सहसंबंध गुणांक (r) = 0.644. यह दिखाता है कि किसानों की शिक्षा और उपज के बीच एक मध्यम धनात्मक संबंध है।

उदाहरण 8. दो चरों X और Y के लिए निम्नलिखित डेटा दिया गया है। कार्ल पियरसन का सहसंबंध गुणांक ज्ञात करें।

X: 10, 12, 15, 18, 20

Y: 5, 6, 8, 9, 12

› पहले X और Y का माध्य (mean) निकालें: $X = (10+12+15+18+20)/5 = 15$; $Y = (5+6+8+9+12)/5 = 8$

› अब प्रत्येक X और Y मान का उसके माध्य से विचलन निकालें: $(X-X)$ और $(Y-Y)$ ।

› विचलन का गुणा करें: $(X-X)(Y-Y)$ और योग करें: $(X-X)(Y-Y) = 45$

› विचलन का वर्ग करें: $(X-X)^2$ और $(Y-Y)^2$ ।

› इन वर्गों का योग करें: $(X-X)^2 = 62$; $(Y-Y)^2 = 34$

› अब सूत्र में मान रखें: $r = 45 / [62 * 34] = 45 / 2108 = 45 / 45.91 = 0.979$

उत्तर – r = 0.979

उदाहरण 9. मान लीजिए दो चर X और Y हैं जिनका सहसंबंध गुणांक $r_{xy} = 0.75$ है। अगर हम X चर को 2 से गुणा करें और फिर 5 जोड़ दें ($X' = 2X + 5$), और Y चर को 3 से भाग दें और फिर 10 घटा दें ($Y' = Y/3 - 10$), तो नए चर X' और Y' के बीच सहसंबंध गुणांक क्या होगा?

› हमें दिया गया है कि मूल चर X और Y के बीच सहसंबंध गुणांक $r_{xy} = 0.75$ है।

› हमने पढ़ा है कि कार्ल पियरसन सहसंबंध गुणांक उद्गम (addition/subtraction) और पैमाने (multiplication/division) के परिवर्तन से अप्रभावित रहता है।

› यहाँ $X' = 2X + 5$ में, X को 2 से गुणा किया गया है (पैमाने का परिवर्तन) और 5 जोड़ा गया है (उद्गम का परिवर्तन)।

› और $Y' = Y/3 - 10$ में, Y को 3 से भाग दिया गया है (पैमाने का परिवर्तन) और 10 घटाया गया है (उद्गम का परिवर्तन)।

› क्योंकि दोनों चरों को धनात्मक संख्याओं से गुणा या भाग किया गया है (2 और 1/3) और फिर जोड़ा या घटाया गया है, तो सहसंबंध के 'direction' में कोई बदलाव नहीं आएगा।

› इसलिए, नए चर X' और Y' के बीच का सहसंबंध गुणांक मूल गुणांक के बराबर ही रहेगा।

उत्तर – $r_{x'y'} = 0.75$

उदाहरण 10. नीचे दिए गए डेटा के लिए पद विचलन विधि का उपयोग करके कार्ल पियरसन सहसंबंध गुणांक की गणना करें:

X: 120, 150, 190, 220, 230

Y: 1800, 2000, 2500, 2700, 3000

› सबसे पहले हम 'A' और 'B' कल्पित माध्य (assumed mean) चुनेंगे, और 'h' और 'k' समापवर्तक (common factor) चुनेंगे। यहाँ 'A = 100', 'h = 10' (क्योंकि X के मान 10 से कट रहे हैं), 'B = 1700' और 'k = 100' (क्योंकि Y के मान 100 से कट रहे हैं) लेते हैं।

› अब हम 'u' और 'v' के मान निकालेंगे। $u = (X - A) / h$ और $v = (Y - B) / k$.

- X=120: $u = (120-100)/10 = 2$
- X=150: $u = (150-100)/10 = 5$
- X=190: $u = (190-100)/10 = 9$
- X=220: $u = (220-100)/10 = 12$
- X=230: $u = (230-100)/10 = 13$
- Y=1800: $v = (1800-1700)/100 = 1$
- Y=2000: $v = (2000-1700)/100 = 3$
- Y=2500: $v = (2500-1700)/100 = 8$
- Y=2700: $v = (2700-1700)/100 = 10$
- Y=3000: $v = (3000-1700)/100 = 13$

› अब 'u²', 'v²' और 'uv' की गणना करेंगे।

- u: 2, 5, 9, 12, 13
- v: 1, 3, 8, 10, 13
- u²: 4, 25, 81, 144, 169
- v²: 1, 9, 64, 100, 169
- uv: 2, 15, 72, 120, 169

› सभी मानों का योग (sum) निकालेंगे:

- $u = 2+5+9+12+13 = 41$
- $v = 1+3+8+10+13 = 35$
- $u^2 = 4+25+81+144+169 = 423$
- $v^2 = 1+9+64+100+169 = 343$
- $uv = 2+15+72+120+169 = 378$
- N = 5 (पदों की संख्या)

› इन मानों को सूत्र में रखेंगे: $r = [Nuv - (u)(v)] / [Nu^2 - (u)^2] * [Nv^2 - (v)^2]$

- $r = [5 * 378 - (41 * 35)] / [5 * 423 - (41)^2] * [5 * 343 - (35)^2]$
- $r = [1890 - 1435] / [2115 - 1681] * [1715 - 1225]$
- $r = 455 / [434] * [490]$
- $r = 455 / (20.83 * 22.14)$
- $r = 455 / 460.84$

› $r = 0.987$ (लगभग 0.99)

उत्तर – $r = 0.99$ (लगभग)

उदाहरण 11. एक सौंदर्य प्रतियोगिता में, दो निर्णायकों (A और B) ने 5 प्रतियोगियों को निम्नलिखित कोटियाँ दीं। क्या इन दोनों निर्णायकों के बीच विचारों में कोई सहसंबंध है?

- › हमें दी गई कोटियाँ हैं:
- › प्रतियोगी | निर्णायक A (R1) | निर्णायक B (R2)
- › 1 | 1 | 2
- › 2 | 2 | 4
- › 3 | 3 | 1
- › 4 | 4 | 5
- › 5 | 5 | 3
- › अब हम 'D' निकालेंगे, जो $R1 - R2$ है, और फिर D^2 निकालेंगे।
- › प्रतियोगी | R1 | R2 | D (R1-R2) | D^2
- › 1 | 1 | 2 | -1 | 1
- › 2 | 2 | 4 | -2 | 4
- › 3 | 3 | 1 | 2 | 4
- › 4 | 4 | 5 | -1 | 1
- › 5 | 5 | 3 | 2 | 4
- › अब, $D^2 = 1 + 4 + 4 + 1 + 4 = 14$
- › हमारे पास 'n' = 5 (प्रतियोगियों की संख्या)।
- › स्पीयरमैन का सूत्र है: $r_s = 1 - (6 * D^2) / (n * (n^2 - 1))$
- › सूत्र में मान रखने पर:
- › $r_s = 1 - (6 * 14) / (5 * (5^2 - 1))$
- › $r_s = 1 - (84) / (5 * (25 - 1))$
- › $r_s = 1 - (84) / (5 * 24)$
- › $r_s = 1 - (84) / (120)$
- › $r_s = 1 - 0.7$
- › $r_s = 0.3$

उत्तर – स्पीयरमैन का कोटि सहसंबंध गुणांक $r_s = 0.3$ है। इसका मतलब है कि दोनों निर्णायकों के विचारों में 'positive but weak correlation' यानी सकारात्मक लेकिन कमजोर सहसंबंध है।

उदाहरण 12. एक कला प्रतियोगिता में 5 प्रतिभागियों को दो जजों (J1 और J2) द्वारा निम्नलिखित कोटियाँ (रैंक्स) दी गईं। स्पीयरमैन का कोटि सहसंबंध गुणांक ज्ञात करें।

प्रतिभागी: A, B, C, D, E

J1 रैंक (R1): 1, 2, 3, 4, 5

J2 रैंक (R2): 2, 1, 3, 5, 4

- › पहला कदम: हमें पहले D निकालना होगा, जो कि दोनों जजों द्वारा दी गई कोटियों का अंतर ($R1 - R2$) है।
- › प्रतिभागी A: $D = 1 - 2 = -1$
- › प्रतिभागी B: $D = 2 - 1 = 1$
- › प्रतिभागी C: $D = 3 - 3 = 0$
- › प्रतिभागी D: $D = 4 - 5 = -1$
- › प्रतिभागी E: $D = 5 - 4 = 1$
- › दूसरा कदम: अब हम D^2 निकालेंगे।
- › प्रतिभागी A: $D^2 = (-1)^2 = 1$
- › प्रतिभागी B: $D^2 = (1)^2 = 1$
- › प्रतिभागी C: $D^2 = (0)^2 = 0$

- › प्रतिभागी D: $D^2 = (-1)^2 = 1$
- › प्रतिभागी E: $D^2 = (1)^2 = 1$
- › तीसरा कदम: सभी D^2 को जोड़कर D^2 ज्ञात करेंगे।
- › $D^2 = 1 + 1 + 0 + 1 + 1 = 4$
- › चौथा कदम: प्रेक्षकों की संख्या (n) ज्ञात करेंगे। यहाँ 5 प्रतिभागी हैं, तो $n = 5$ ।
- › पांचवां कदम: अब सूत्र में मान रखेंगे: $R_s = 1 - [(6 * D^2) / (n * (n^2 - 1))]$
- › $R_s = 1 - [(6 * 4) / (5 * (5^2 - 1))]$
- › $R_s = 1 - [24 / (5 * (25 - 1))]$
- › $R_s = 1 - [24 / (5 * 24)]$
- › $R_s = 1 - [24 / 120]$
- › $R_s = 1 - 0.2$
- › $R_s = 0.8$

उत्तर – स्पीयरमैन का कोटि सहसंबंध गुणांक (R_s) = 0.8 है।

उदाहरण 13. दस छात्रों के अर्थशास्त्र (X) और सांख्यिकी (Y) में प्राप्त अंक नीचे दिए गए हैं। स्पीयरमैन का कोटि सहसंबंध गुणांक ज्ञात कीजिए।

छात्र: A B C D E F G H I J

अर्थशास्त्र (X): 85 60 72 55 90 65 78 80 50 70

सांख्यिकी (Y): 90 70 65 60 85 75 80 95 55 68

› पहला कदम है 'X' और 'Y' के मानों को कोटियाँ (ranks) देना। हम यहाँ 'अवरोही क्रम' (Descending Order) अपनाएंगे, यानी सबसे बड़े अंक को Rank 1 देंगे।

› X के लिए रैंक (R_x): 90 (1), 85 (2), 80 (3), 78 (4), 72 (5), 70 (6), 65 (7), 60 (8), 55 (9), 50 (10)

R_x : 2, 8, 5, 9, 1, 7, 4, 3, 10, 6

› Y के लिए रैंक (R_y): 95 (1), 90 (2), 85 (3), 80 (4), 75 (5), 70 (6), 68 (7), 65 (8), 60 (9), 55 (10)

R_y : 2, 6, 8, 9, 3, 5, 4, 1, 10, 7

› अब हम 'D' निकालेंगे, जो $R_x - R_y$ है।

› D: $2-2=0$, $8-6=2$, $5-8=-3$, $9-9=0$, $1-3=-2$, $7-5=2$, $4-4=0$, $3-1=2$, $10-10=0$, $6-7=-1$

› अब ' D^2 ' निकालेंगे।

› D^2 : 0, 4, 9, 0, 4, 4, 0, 4, 0, 1

› अब ' D^2 ' निकालेंगे, जो D^2 का कुल योग है।

› $D^2 = 0+4+9+0+4+4+0+4+0+1 = 26$

› यहाँ n (छात्रों की संख्या) = 10 है।

› सूत्र में मान रखेंगे: $R_s = 1 - [(6 * D^2) / (n * (n^2 - 1))]$

$R_s = 1 - [(6 * 26) / (10 * (10^2 - 1))]$

$R_s = 1 - [156 / (10 * (100 - 1))]$

$R_s = 1 - [156 / (10 * 99)]$

$R_s = 1 - [156 / 990]$

$R_s = 1 - 0.1575$

› $R_s = 0.8425$

उत्तर – स्पीयरमैन का कोटि सहसंबंध गुणांक $R_s = 0.8425$

उदाहरण 14. यहां छात्रों द्वारा गणित (X) और विज्ञान (Y) में प्राप्त अंक दिए गए हैं। कोटि सहसंबंध गुणांक की गणना करें: X: 80, 85, 80, 90, 75 Y: 70, 75, 70, 80, 65

- › पहले X और Y के लिए अलग-अलग रैंक दें। जहाँ अंक दोहराए गए हैं, वहाँ औसत रैंक का उपयोग करें।
- › X के लिए: 90 (1), 85 (2), 80 (3rd और 4th हैं, तो $(3+4)/2 = 3.5$), 75 (5)। तो R1 (X की रैंक): 3.5, 2, 3.5, 1, 5
- › Y के लिए: 80 (1), 75 (2), 70 (3rd और 4th हैं, तो $(3+4)/2 = 3.5$), 65 (5)। तो R2 (Y की रैंक): 3.5, 2, 3.5, 1, 5
- › अब $D = R1 - R2$ निकालें: 0, 0, 0, 0, 0
- › D^2 निकालें और D^2 करें: $0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0$
- › अब संशोधन कारक $(m^3-m)/12$ निकालें। X में '80' दो बार दोहराया गया है ($m=2$)। तो $(2^3-2)/12 = (8-2)/12 = 6/12 = 0.5$ । Y में '70' दो बार दोहराया गया है ($m=2$)। तो $(2^3-2)/12 = (8-2)/12 = 6/12 = 0.5$
- › कुल संशोधन कारक = 0.5 (X के लिए) + 0.5 (Y के लिए) = 1.0
- › सूत्र में मान डालें: $R_s = 1 - [(6 * \{D^2 + (m^3-m)/12\}) / (n * (n^2 - 1))]$
- › $R_s = 1 - [(6 * \{0 + 1.0\}) / (5 * (5^2 - 1))]$
- › $R_s = 1 - [(6 * 1.0) / (5 * (25 - 1))]$
- › $R_s = 1 - [6 / (5 * 24)]$
- › $R_s = 1 - [6 / 120]$
- › $R_s = 1 - 0.05$
- › $R_s = 0.95$

उत्तर – स्पीयरमैन कोटि सहसंबंध गुणांक (R_s) = 0.95

बोर्ड परीक्षा के लिए खास

- यह अवधारणा बोर्ड परीक्षा के लिए बहुत महत्वपूर्ण है क्योंकि यह पूरे 'सहसंबंध' अध्याय का आधार है। 'सहसंबंध का अर्थ' और 'कार्य-कारण संबंध' से अंतर को अच्छे से समझना।
- बोर्ड परीक्षा में अक्सर इस अंतर पर आधारित 'true/false' या 'reasoning' वाले प्रश्न आते हैं। हमेशा याद रखें: 'Correlation does not imply causation' – सहसंबंध का मतलब कार्य-कारण नहीं है।
- बोर्ड परीक्षा में, अक्सर धनात्मक और ऋणात्मक सहसंबंध के उदाहरण देकर पहचानने या परिभाषित करने के लिए प्रश्न आते हैं। अलग-अलग उदाहरणों को ध्यान से समझना और उनका वर्गीकरण करना सीखो।
- इन तीनों विधियों के नाम और उनका मुख्य उद्देश्य बोर्ड परीक्षा में अक्सर पूछा जाता है। ध्यान रखना कि कौन सी विधि कब इस्तेमाल होती है।
- बोर्ड परीक्षा में, आपको अक्सर 'scatter diagram' देखकर 'correlation' का प्रकार पहचानने के लिए कहा जाएगा, या कुछ 'data' देकर 'diagram' बनाने के लिए। ध्यान से 'points' के 'pattern' को देखें।
- यह विषय बोर्ड परीक्षा के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। कार्ल पियरसन सहसंबंध गुणांक पर आधारित न्यूमेरिकल प्रश्न अक्सर आते हैं, इसलिए सूत्र और गणना के स्टेप्स ध्यान से समझना।
- बोर्ड परीक्षाओं में कार्ल पियरसन के सहसंबंध गुणांक की गणना पर सीधा सवाल ज़रूर आता है। सूत्र को याद रखना और कैलकुलेशन में सावधानी बरतना बहुत ज़रूरी है, खासकर दशमलव के बाद के अंकों में।
- यह 'उद्गम और पैमाने के परिवर्तन' वाला गुण बोर्ड परीक्षा में 'multiple choice questions' या 'short answer questions' में बहुत पूछा जाता है, इसे अच्छे से समझना।
- यह विधि बोर्ड परीक्षा के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। इसमें 'u' और 'v' की गणना सही ढंग से करना और सूत्र में मान रखते समय 'u' और 'u²' में अंतर को समझना सबसे ज़रूरी है। एक-एक स्टेप को ध्यान से करना, खासकर गुणा और वर्ग करते समय।

- बोर्ड परीक्षा में, 'कोटियों की पुनरावृत्ति' (Tied Ranks) वाले प्रश्न भी आ सकते हैं, जिनमें सूत्र में थोड़ा बदलाव होता है। उस पर विशेष ध्यान दें।
- यह टॉपिक बोर्ड एग्जाम्स के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। स्पीयरमैन के कोटि सहसंबंध का सूत्र और उसकी गणना पर आधारित प्रश्न अक्सर 3 से 5 अंकों में पूछे जाते हैं। गणना में छोटे-छोटे अंकगणितीय (अर्थमैटिक) गलतियों से बचें, खासकर D^2 और D^2 नकालते समय।
- यह टॉपिक बोर्ड परीक्षाओं के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। इसमें गणना के चरणों में सावधानी बरतना बहुत ज़रूरी है, खासकर रैंक देते समय और D^2 का योग करते समय। एक छोटी सी गलती पूरे उत्तर को गलत कर सकती है।
- यह 'दोहराई गई कोटियों' वाला प्रश्न बोर्ड परीक्षाओं में अक्सर आता है, तो इसके सूत्र और गणना विधि को अच्छे से समझ लो। ' $m^3-m/12$ ' वाले हिस्से पर खास ध्यान देना, बच्चे यहीं गलती करते हैं।

एक नज़र में रिवीज़न

- › सहसंबंध: दो चरों के बीच संबंध की दिशा व गहनता का अध्ययन।
- › सहसंबंध चरों के संबंध की गहनता व दिशा मापता है, कार्य-कारण नहीं।
- › धनात्मक सहसंबंध: चर एक ही दिशा में; ऋणात्मक सहसंबंध: चर विपरीत दिशा में।
- › सहसंबंध मापने की विधियाँ: प्रकीर्ण आरेख, कार्ल पियरसन, स्पीयरमैन कोटि।
- › प्रकीर्ण आरेख: दो चरों के संबंध का दृश्य विश्लेषण, बिंदु प्लॉट करके।
- › कार्ल पियरसन गुणांक: रेखीय संबंध की संख्यात्मक प्रबलता, मान -1 से +1।
- › कार्ल पियरसन 'r': -1 से +1, रेखीय संबंध, सहप्रसरण/प्रसरण से गणना।
- › r इकाई रहति, -1 से +1, उद्गम/पैमाने के परिवर्तन से अप्रभावित।
- › बड़े मानों के लिए गणना सरल करने हेतु पद विचलन विधि।
- › कोटि सहसंबंध: जब संख्यात्मक माप असंभव हो, या संबंध गैर-रेखीय हो।
- › कोटि सहसंबंध (Rs): $1 - \left[\frac{6D^2}{n(n^2-1)} \right]$ जब कोटियाँ दी गई हों।
- › जब कोटि न दी हो, पहले डेटा को रैंक करें, फिर सूत्र से Rs निकालें।
- › दोहराई गई कोटियों में Rs के सूत्र में $(m^3-m)/12$ का संशोधन जोड़ें।